

Równania różniczkowe
Lista 3

Zad 1. Scałkować przez podstawienie dane równanie różniczkowe.¹

	równanie		równanie		równanie
a)	$y' = x + y + 1$	e)	$y' = \frac{1}{x+y-1}$	k)	$y' = \sqrt{x^2 - y} + 2x$
b)	$y' = (x + y)^2$	f)	$y' = -y^2 - 2xy - x^2$	l)	$(y - x)\sqrt{1 + x^2}y' = (1 + y^2)^{\frac{3}{2}}$
c)	$y' = (4x + y - 1)^2$	g)	$y' = \sqrt{y - x}$	m)	$(qx - py)dx + (px + qy)dy = 0$
d)	$y' = e^{x+y} - 1$	h)	$y' = \sqrt{y - x} + 1$	n)	$y' = \sqrt{3x - 2y} - \frac{3}{2}$

Zad 2. Scałkować równania o zmiennych rozdzielonych.

	równanie		równanie		równanie
a)	$(x + 2x^3)dx + (y + 2y^3)dy = 0$	d)	$2x\sqrt{1 - y^2}dx + ydy = 0$	g)	$y' = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$
b)	$\frac{dx}{\sqrt{x}} + \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0$	e)	$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$	h)	$y' = \frac{\sqrt{y}}{x}$
c)	$(y^2 + xy^2)dx + (x^2 - yx^2)dy = 0$	f)	$y' = e^{x-y}$	i)	$y' = \frac{y-1}{x+1}$

Zad 3. Scałkować równanie i wydzielić krzywą przechodzącą przez dany punkt $M(x_0, y_0)$, rozstrzygnąć wstępnie zagadnienie istnienia i jednoznaczności tej krzywej całkowej

	równanie	punkty		równanie	punkty
a)	$(1 - x)dy - ydx = 0$	$M(0, 1)$	c)	$x\sqrt{1 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0$	$M(1, 0)$
b)	$dx - \sqrt{1 - x^2}dy = 0$	$M(1, \frac{1}{2}\pi)$	d)	$y' = y \cos x$	$M(0, 1)$

Zad 4. Dokonać analizy równań różniczkowych:

	równanie		równanie		równanie
a)	$y' = 2xy$	d)	$y' = y \cos x$	g)	$y' = \frac{y}{\sqrt{x}}$
b)	$y' = \frac{2xy}{1-x^2}$	e)	$y' = -y \sin x$	h)	$y' = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$
c)	$y' = \frac{3x^2}{2y}$	f)	$y' = \frac{\sqrt{y}}{x}$	i)	$x(y^2 - 1)dx + y(x^2 - 1)dy = 0$

Zad 5. Scałkować równania jednorodne.

	równanie		równanie		równanie
a)	$x(x + 2y)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$	e)	$y' = \frac{x+3y}{2x}$	i)	$y' = \frac{y}{x+y}$
b)	$(x^2 - y^2)dx + 2xydy = 0$	f)	$y' = \frac{x+2y}{-x}$	j)	$x dy - y dx = 0$
c)	$(py - qx)dx - (px + qy)dy = 0$	g)	$y' = \frac{2x+y}{x}$	k)	$\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$
d)	$y' = \frac{ax+by}{x}, b \neq 0$	h)	$y' = \frac{x-y}{x-2y}$	l)	$\frac{dx}{2x^2-2xy-2y^2} = \frac{dy}{y^2-4xy}$

Zad 6. Dokonać analizy równań różniczkowych:

	równanie		równanie		równanie
a)	$y' = \frac{y}{2x}$	d)	$y' = \frac{x}{4y}$	g)	$y' = -\sqrt{\frac{y}{x}}$
b)	$y' = -\frac{y}{2x}$	e)	$y' = -\frac{x}{4y}$	h)	$y' = \frac{x-1}{-y-2}$
c)	$y' = \sqrt{\frac{y}{x}}$	f)	$y' = \frac{y^2-x^2}{2xy}$	i)	$y' = \frac{y}{x-1}$

¹) dokonać podstawienia $x = tgu, y = tg v$; m) przejść na współrzędne biegunowe